CONTROLE	❑ Spécialité Géologie ☑ Spécialité Agriculture ☑ Spécialité Alimentation et Santé ❑ TSP Géologie

............157ème & 015ème promotions – 2ème année 2014...... - 2015 ....

RMO : CN. NIAMBA.................................... **Intervenants : CN. NIAMBA, B. REZKALLAH, A. N'GUESSAN .**

Intitulé du Module : PROBABILITES .... Page 1 sur 4

Date : 14/10/2014... Durée : **1**heure................ ☐Avec documents ☑Sans document ☑Avec calculatrice ☐Sans calculatrice

Nom de l'étudiant : .... **Prénom :**............................ **N° liste promo :**.........**Place :**........

Observations :

Note : /20

Ce contrôle comporte **3** exercices indépendants. Le barème est donné à titre indicatif.

Vous êtes priés de répondre sur le questionnaire, aux emplacements prévus à cet effet.

Une attention particulière est à apporter à la rédaction. Pour les exercices, outre la réponse aux questions, il est nécessaire d'indiquer/définir les éléments demandés de **manière précise** et **synthétique** et le cheminement permettant d'y répondre (détail de la (des) formule(s) considérée(s)). La notation prendra en compte ces points.
Il est conseillé, pour les différents calculs à effectuer, de noter la formule générale permettant d'obtenir le résultat (et donc de ne pas mettre dans un premier temps de chiffres spécifiques à l'exercice). Puis à l'ultime étape du calcul, de remplacer par les chiffres donnés dans l'énoncé ou que vous aurez calculé. En effet, si la formule notée est exacte mais qu'il y a une erreur de calcul vous aurez ainsi une partie des points.

Bon travail !

Nom de l'étudiant : .... **Prénom :** .... **Place :** ....

EXERCICE 1 *(6 points)*

1. Dans un département d'un Institut, il y a 3 professeurs d'informatique, 2 professeurs de statistique appliquée, 2 professeurs de comptabilité et gestion, 2 professeurs d'économie, 1 professeur de sociologie. **Combien y a–t–il de professeurs dans ce département sachant qu'un professeur n'enseigne qu'une seule matière?**

   Définissons les ensembles en présence et leurs cardinaux :
   A_1 : Ensemble des professeurs d'informatique ; $card(A_1) = 3$
   A_2: Ensemble des professeurs de statistique appliquée ; $card(A_2) = 2$
   A_3 : Ensemble des professeurs de comptabilité et gestion ; $card(A_3) = 2$
   A_4 : Ensemble des professeurs d'économie ; $card(A_4) = 2$
   A_5 : Ensemble des professeurs de sociologie ; $card(A_5) = 1$

   On cherche à calculer $card(\Omega)$ où Ω désigne l'ensemble des professeurs dudit département.

   Par ailleurs, on sait que A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 forme une partition de Ω. Ainsi, d'après la règle de la somme, $card(\Omega) = card(A_1) + card(A_2) + card(A_3) + card(A_4) + card(A_5) = \mathbf{10}$.

2. Un étudiant désirant progresser en probabilités et statistique a acheté un livre de statistique descriptive, un livre de probabilités et un livre de mathématiques pour l'ingénieur. **De combien de manières peut-il les ranger sur un rayonnage de sa bibliothèque ?**

   Il s'agit d'une *permutation* des 3 livres. Le nombre de manières de les ranger sur un rayonnage de sa bibliothèque est égal à $3! = \mathbf{6}$.

Nom de l'étudiant : .... **Prénom :** .... **Place :** ....

EXERCICE 2 *(8 points)*

1. Dans un service hospitalier, 45% des personnes hospitalisées sont de sexe masculin. Au niveau de l'âge, 30% de l'ensemble des patients sont âgés de 60 ans ou plus. Enfin, la proportion de personnes à la fois de sexe masculin et âgés de 60 ans ou plus est de 10%. **Quelle est la proportion de patients qui sont à la fois de sexe féminin et âgés de moins de 60 ans ?**

Soient :

- M l'évènement « le patient est de sexe masculin » ;
- A l'évènement « le patient est âgé de 60 ans ou plus ».

D'après l'énoncé, $\mathrm{P(M)} = 45\% = 0{,}45$; $\mathrm{P(A)} = 30\% = 0{,}3$; $\mathrm{P(M \cap A)} = 10\% = 0{,}1$.

On cherche $\boldsymbol{P(\overline{M} \cap \overline{A})}$.

D'après les lois de Morgan, $\mathrm{P(\overline{M} \cap \overline{A}) = P(\overline{M \cup A})}$

Or, $\mathrm{P(\overline{M \cup A}) = 1 - P(M \cup A) = 1 - [P(M) + P(A) - P(M \cap A)] = 1 - (0{,}45 + 0{,}3 - 0{,}1)}$

Donc, $\mathrm{P(\overline{M} \cap \overline{A})} = 0{,}35$

La proportion de patients qui sont à la fois de sexe féminin et âgés de moins de 60 ans est égale à **35%**.

2. Un match de rugby « équipe A contre équipe B » se déroule à Londres où la probabilité qu'il pleuve est de 0,9. Par temps sec, l'équipe B a 60% de chances de gagner contre l'équipe A. Par temps de pluie, elle n'en a que 30%. Le lendemain du match, un internaute français constate que l'équipe B a gagné. **Calculer la probabilité, à 10^{-1} près, qu'il ait plu à Londres le jour du match.**
   <u>NOTE</u> : Ne pas utiliser l'arbre des probabilités.

Soient :

- P l'évènement « il pleut le jour du match » ;
- B l'évènement « l'équipe B gagne le match ».

D'après l'énoncé, $P(P) = \mathbf{0,9}$; $P(B|P) = 30\% = \mathbf{0,3}$; $P(B|\overline{P}) = 60\% = \mathbf{0,6}$.

On cherche $\boldsymbol{P(P|B)}$.

D'après la formule de BAYES, $P(P|B) = \frac{P(B|P)P(P)}{P(B|P)P(P)+P(B|\overline{P})P(\overline{P})} = \frac{0{,}3\times0{,}9}{(0{,}3\times0{,}9)+(0{,}6\times0{,}1)}$.

Donc, $\mathrm{P(P/B)} = 0{,}8$.

Il y a environ 8 chances sur 10 qu'il ait plu à Londres le jour du match si l'équipe B a gagné le match.

Nom de l'étudiant : .... **Prénom :** .... **Place :** ....

EXERCICE 3 *(6 points)*

Répondre par VRAI ou FAUX. Si FAUX alors CORRIGER.

1. **L'ensemble des valeurs possibles d'une variable aléatoire discrète est fini ou infini dénombrable.**

VRAI.

2. **L'espérance d'une variable aléatoire discrète est la valeur qu'elle prend fréquemment.**

FAUX. L'espérance d'une variable aléatoire discrète est la valeur qu'elle prend **en moyenne**.

3. **Soit X une variable aléatoire discrète, la variance de $2X$ est égale à $2V(X)$.**

FAUX. Soit X une variable aléatoire discrète, la variance de 2X est égale $4V(X)$.

4. **La variance de la somme de deux variables discrètes est toujours la somme de leurs variances.**

FAUX. La variance de la somme de deux variables discrètes **indépendantes** est toujours la somme de leurs variances.

5. **La fonction de répartition F d'une variable aléatoire continue X est telle que $-1 \leq F(x) \leq 1$.**

NON. La fonction de répartition F d'une variable aléatoire continue X est telle que $\mathbf{0} \leq F(x) \leq 1$.

6. **Si deux variables aléatoires continues sont indépendantes alors la fonction de densité conjointe est égale au produit des fonctions de densité marginales.**

VRAI.