LaSalle IGAL - ISAB

CONTROLE

☒ Spécialité Géologie et Environnement
☒ Spécialité Agriculture
☒ Spécialité Agroalimentaire et Santé

9+72+151 ème promotion – 2ème année — 2008- 2009

RMO : Fares CHARBEL .... Intervenant : BRAHMI,LAKHAL,BEAUBOIS et CHARBEL

Intitulé du Module : ....

Date : 19-01-2009 ...... Durée : 2h .... ☐Avec documents ☒Sans document ☒Avec calculatrice ☐Sans calculatrice

Nom de l'étudiant : .... Prénom : .... N° liste promo : .... Place : ....

QUESTIONS DE COURS

1 - Le nombre de REYNOLDS (R) détermine la nature de l'écoulement des fluides réels. Rappeler la valeur de (R) pour :
- un régime laminaire. (1 point)
- un régime turbulent. (1 point)

2 - Donner la définition d'un fluide incompressible. (1 point)

3 - Rappeler la formule de Pascal concernant la variation de la pression dans les fluides. (1 point)

EXERCICES

La pression dans les fluides

1 - Un manomètre différentiel est constitué de deux récipients cylindriques, de sections droites respectives S_1 et S_2, reliés par un tube de section intérieure s constante.

L'ensemble contient deux liquides non miscibles de masses volumiques μ_1 et. μ_2 (voir figure- 1 -)

a -) Initialement, la pression au-dessus des deux liquides est la même et égale à P_0, la surface de séparation est définie par H_1 et H_2. Déterminer une relation entre μ_1 , μ_2 , H_1 et H_2. (1 point)

b -) On provoque au-dessus du liquide 1 une surpression ΔP et la surface de séparation des deux liquides se déplace de Δh .

D'autre part, la surface libre du liquide 1 se déplace de X et celle du liquide 2 se déplace de Y.

b - 1 : Faire un schéma ,à l'aide du dispositif de la *figure -1-* , en montrant Δh, X et Y (1 point)

b - 2 : Etablir l'expression de la sensibilité $\Delta h/\Delta P$ en fonction de μ_1 , μ_2 , H_1 , H_2 , S_1 , S_2 et s (1 point)

b - 3 : Calculer $\Delta h/\Delta P$. (1 point)

On donne :

$$\mu_1 = 998\ Kg/m^3 ;\ \mu_2 = 1024\ Kg/m^3 ;\ S_1 = S_2 = 100\, s$$

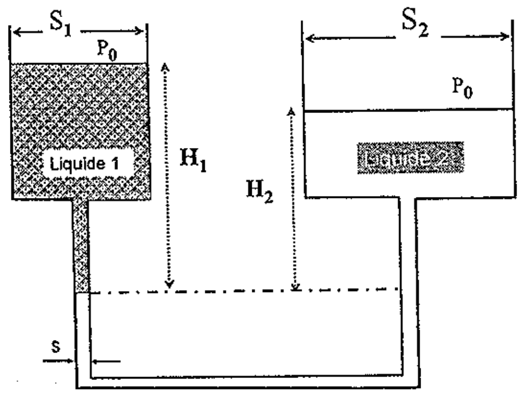


Figure – 1 –

Nom de l'étudiant : .... **Prénom :**.. **Place :** ....

$g = 9{,}81\ m/s^2$
$H = 2\ m$
$\rho = 1\ g/cm^3$

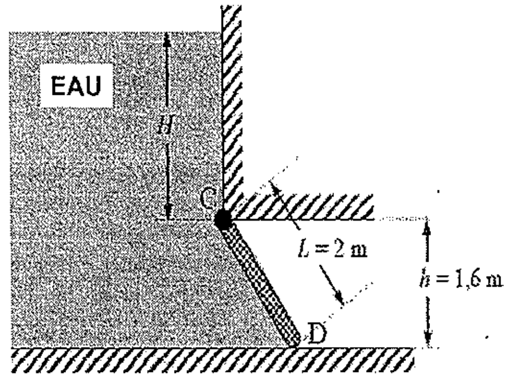


Figure -2-

2 - La porte rectangulaire **CD** ,de la Figure - 2- , a pour longueur **L** = 2 m et largeur ℓ = 1,8 m (suivant la perpendiculaire au plan dela figure). Son épaisseur étant négligeable,on donne la masse surfacique du matériau homogène la constituant σ = 5110 kg.m^{-2} .Cette porte a la possibilité de pivoter autour de l'axe **C.**

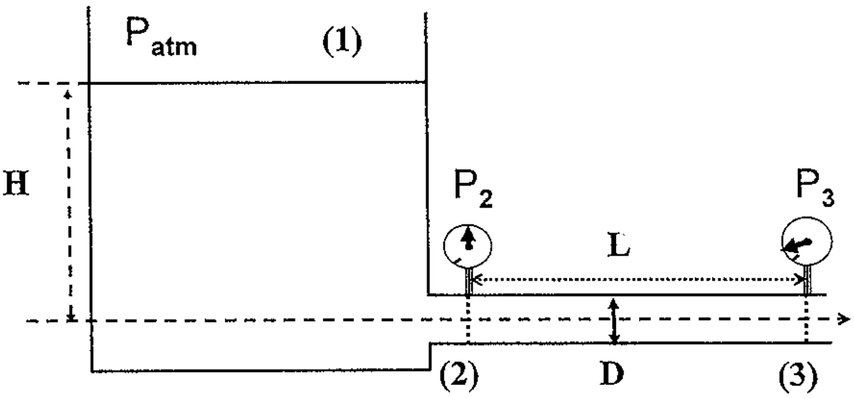
a - Déterminer la force de pression hydrostatique $\vec{F}$ s'exerçant sur la porte. (1 point)

b - Déterminer la position du point d'application **P** de cette force. (1 point)

c - En calculant, d'une part le moment de la force hydrostatique $\vec{F}$ par rapport à l'axe de rotation, et d'autre part, le moment du poids de la porte par rapport à l'axe de rotation, déduire la hauteur d'eau *H* nécessaire pour qu'il y ait un début d'ouverture de la porte. (1 point)

....

Figure – 3 -



3 -

1ère partie : écoulement visqueux entre les sections (2) et (3)

Un écoulement d'huile de graissage de viscosité dynamique moyenne η = 0,275 Pℓ (Pℓ:POISEUILLE)et de masse volumique ρ = 890 kg.m^{-3} se fait dans un tube horizontal de diamètre interne **D** = 150 mm et de longueur L = 120 m. On installe sur ce tube, deux capteurs de pression constitués par deux manomètres, les valeurs des pressions relatives données par ces appareils sont : P_2 = 1,12 bar et P_3 = 0,465 bar.

On donne : P_{atm} = pression atmosphérique = $1{,}0\times10^5$ Pa, **g** = 9,81 m.s^{-2}.

a - Calculer la différence de pression $\Delta P_{23} = P_2 - P_3$, (1 point)

b - Calculer la vitesse des particules le long de l'axe du tube V_0 (1 point)

c - En utilisant la loi de Poiseuille calculer la valeur du débit-volume q_V . (1 point)

d - Déduire la vitesse moyenne $\overline{V}$ du fluide dans le tube. (1 point)

e - calculer le nombre de Reynolds **Re**. Que peut-on conclure au niveau de la nature de l'écoulement ? (2 points)

2ème partie : écoulement parfait , sans frottement, entre (1) et (2)

L'écoulement entre la surface libre (**1**) du liquide dans le récipient et la section droite (**2**) dans le tube,se passe sans frottements, donc suit la loi de BERNOULLI .

f - En appliquant BERNOULLI entre les sections (**1**) et (**2**),trouver l'expression littérale donnant *H* en fonction de P_0,P_2,V, ρ et g (2 points)

g - Calculer numériquement *H*. (1 point)

....

Correction

Examen : 2A
Physiq. 3

Questions de cours

1- $\boxed{Re = \dfrac{\rho v d}{\eta}}$ → régime laminaire $Re < 2000$ **1**

→ régime turbulent $Re > 3000$ **1**

2- Fluide incompressible

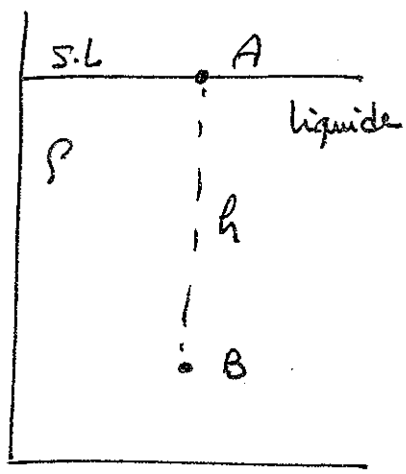
→ C'est un fluide dont le volume ne change pas quand la pression exercée à sa surface change

ou ⇒ $V = cte$ lorsque $P \nearrow \searrow$ **1**

3 Pascal

Fluide incompressible en équilibre

$$\boxed{P_B - P_A = \Delta P = \rho \cdot g h}$$ **1**



Exercices

1 Fluides en équilibre → Pascal

$\Delta P = \sum_i \rho_i g h_i$

Ⓐ— Sur la figure -1-, considérons deux points A et B (m̂ horizontale et m̂ liquide), donc à l'aide de Pascal, on peut écrire :

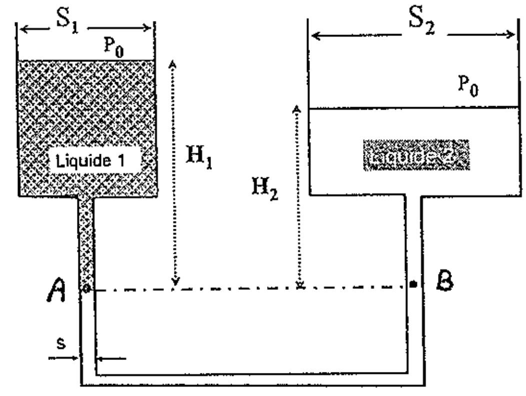


Figure – 1 --

$$\begin{cases} P_A - P_0 = \mu_1 g H_1 \\ P_B - P_0 = \mu_2 g H_2 \end{cases}$$

or $P_A = P_B$

D'où $\boxed{\mu_1 \cdot H_1 = \mu_2 H_2}$

Ⓑ -1- Schéma ⟶

-2- $\dfrac{\Delta h}{\Delta P}$?

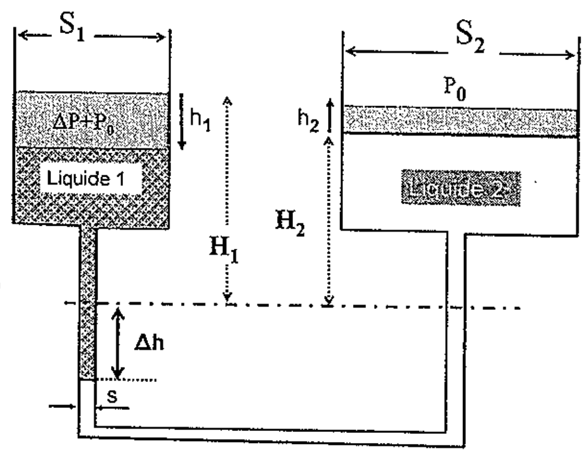


Figure – 1 --

Lorsque la pression augmente du côté 1, la surface de séparation des 2 liquides baisse de Δh, la surface libre du liquide 1 baisse de h_1, celle du liquide 2 augmente (ou monte) de h_2.

Le principe de conservation des volumes nous permet d'écrire $\Delta V_{perdu} = \Delta V_{gagné}$

avec $\Delta V_{perdu} = h_1 \cdot S_1 = s \cdot \Delta h$

$\Delta V_{gagné} = h_2 \cdot S_2 = s \cdot \Delta h$

Donc $h_1 = \dfrac{s \cdot \Delta h}{S_1}$ et $h_2 = \dfrac{s \cdot \Delta h}{S_2}$

D'autre part, l'égalité des pressions aux points C et D donne :

$$P_C - [P_0 + \Delta P] = \mu_1 (H_1 - h_1 + \Delta h) \cdot g \quad \text{et} \quad P_D - P_0 = \mu_2 \cdot g (H_2 + h_2 + \Delta h)$$

avec $P_D = P_C$

Donc après simplification, on a : $\Delta P + \mu_1 g [-h_1 + \Delta h] = \mu_2 \cdot g [h_2 + \Delta h]$

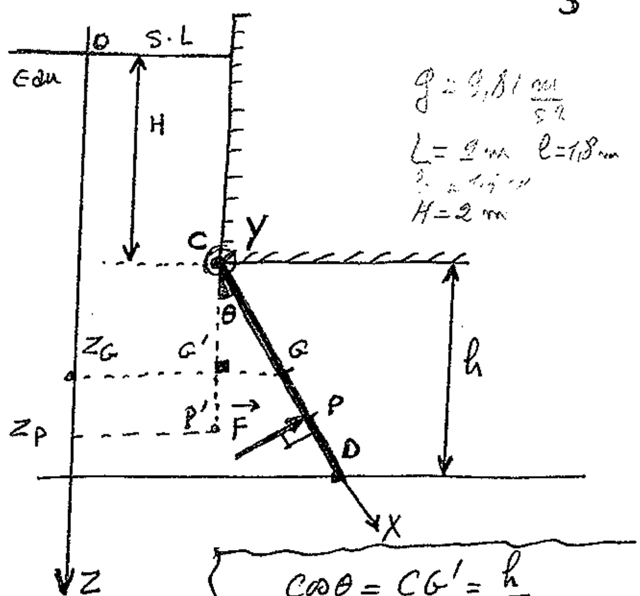
$$\Delta P = (\mu_2 - \mu_1) \cdot g \cdot \Delta h + g(\mu_1 h_1 + \mu_2 h_2) = (\mu_2 - \mu_1) g \cdot \Delta h + g \cdot s \cdot \Delta h \left(\frac{\mu_1}{S_1} + \frac{\mu_2}{S_2}\right) = g \cdot \Delta h \left[\mu_2 - \mu_1 + s\left(\frac{\mu_1}{S_1} + \frac{\mu_2}{S_2}\right)\right.$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\Delta h}{\Delta P} = \frac{1}{g\left[\mu_2 - \mu_1 + s\left(\frac{\mu_1}{S_1} + \frac{\mu_2}{S_2}\right)\right]}} = \underline{2{,}2 \ \text{mm/Pa}}$$

2

ⓐ La force de pression hydrostatique $\vec{F}$ exercée sur la porte a :

- Une direction : La $\perp$ à la porte
- Un Sens : de l'intérieur vers l'ext.
- Un point d'application P
- Un module $\|\vec{F}\| = \rho . g . Z_G . S$



$g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$

$L = 2$ m $\quad l = 1{,}8$ m

[illegible]

$H = 2$ m

Donc $\|\vec{F}\| = \rho . g . (CG' + H) . l . L$

$$\cos\theta = \frac{CG'}{L/2} = \frac{h}{L}$$

$$\Rightarrow CG' = \frac{h}{2}$$

Finalement $\boxed{F = \rho g . l . L \left(H + h/2\right)}$ $\quad \boxed{F = 98{,}9 \text{ KN}}$

ⓑ Position du point P ? ou bien CP ?

$$\cos\theta = \frac{CP'}{CP} = \frac{h}{L}$$

$$CP' = \frac{h}{L} . CP$$

Pour déterminer CA, nous utilisons $Z_p = \frac{\int_S z^2 ds}{Z_G . S'}$

Alors, nous projetons toutes les données de l'exercice sur l'axe des z. $\Rightarrow Z_p = \frac{\int z^2 dy . dz}{Z_G . S'}$

où S' c'est la projection de S (surface réelle de la porte) sur l'axe des z, d'où $S' = l . h$

$$\Rightarrow Z_p = \frac{\int_0^l dy \int_H^{H+h} z^2 dz}{(l . h)(H + h/2)} = \frac{\cancel{l} . \left[z^3/3\right]_H^{H+h}}{\cancel{l} . h \, (H + h/2)} = \frac{\frac{1}{3}\left[(H+h)^3 - H^3\right)}{\frac{h}{2}(2H+h)} = H + CP'$$

$$\Rightarrow Z_p = \frac{2/3 \left[(h+H)(H+h)^2 - H^3\right]}{h(h+2H)} = H + \frac{h}{L} . CP$$

$$\Rightarrow \frac{h}{L} . CP = -H + \frac{2/3\left[H^3 + 2H^2 h + Hh^2 + hH^2 + 2Hh^2 + h^3 - H^3\right]}{h(h+2H)} = -H + \frac{2/3\left[3H^2 h + 3Hh^2 + h^3\right]}{h^2 + 2Hh}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{L} . CP = \frac{2/3\left[3H^2 h + 3Hh^2 + h^3\right] - H\left(h^2 + 2Hh\right)}{h(2H+h)}$$

$$= \frac{2H^2 h + 2Hh^2 + 2/3 h^3 - Hh^2 - 2H^2 h}{h(2H+h)} = \frac{Hh^2 + 2/3 h^3}{h(2H+h)} = \frac{h^2(H + 2/3 h)}{h(2H+h)}$$

$$\Rightarrow CP = \frac{L\,(H + 2/3 h) . h^2}{(2H+h)\; h^2}$$

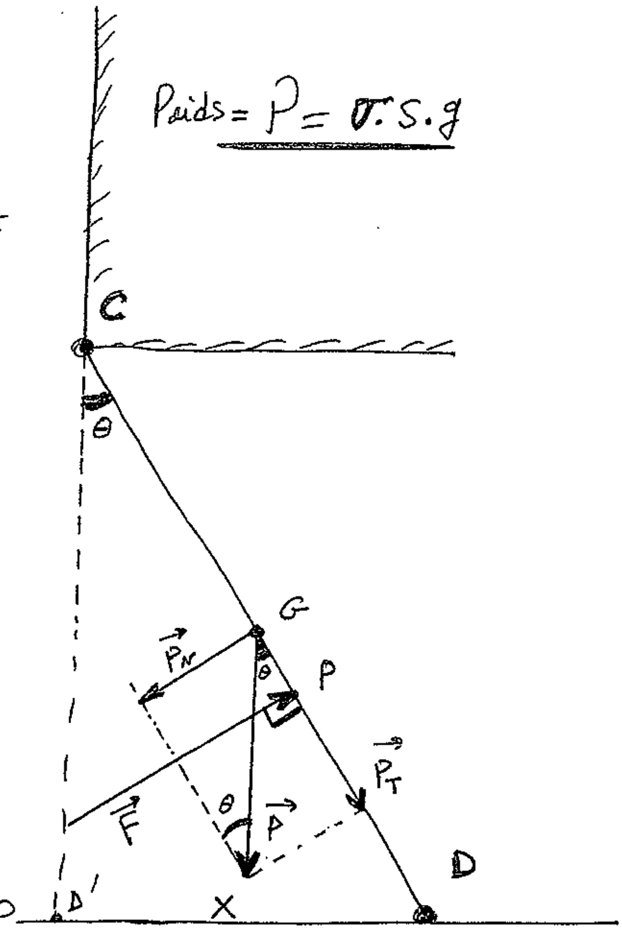
$$\Rightarrow \boxed{CP = \frac{L(H + 2/3 h)}{2H + h}} \qquad CP = \frac{2\left(2 + 2/3 \, 1{,}6\right)}{2.2 + 1{,}6}$$

$$\boxed{CP = 1{,}095 \text{ m}}$$

c

Soit $\vec{P}$ le poids de la porte et G son centre de gravité (voir schéma). $\vec{P}$ se compose de 2 forces $\vec{P_T}$ (composante tangentielle) et $\vec{P_N}$ (composante Normale)

Poids $= P = \sigma . S . g$



Moment des forces

$$\mathcal{M}_{\vec{F}/C} = \vec{F} \wedge \vec{CP} = F.\overline{CP}.\sin 90 = F.\overline{CP}$$

$$\mathcal{M}_{\vec{P_N}/C} = \vec{P_N} \wedge \vec{CG} = P_N.\overline{CG}.\sin(\pi + 90)$$
$$= -P_N.\overline{CG}$$

La porte reste en équilibre lorsque la somme des moments $/C = 0$

Donc $\boxed{F.\overline{CP} - P_N.\overline{CG} = 0}$

on a, d'après la figure

$L^2 = h^2 + X^2$

$\rightarrow X = \sqrt{L^2 - h^2}$

D'autre part $\sin\theta = \frac{X}{L} = \frac{P_N}{P}$

$\rightarrow P_N = P.\frac{X}{L}$

$\rightarrow P_N = P.\frac{\sqrt{L^2 - h^2}}{L}$

Conséquence dynamique : La porte reste immobile tant que $F.\overline{CP} = P_N.\overline{CG}$

C'est-à-dire : $\frac{L}{2}.P.\frac{X}{L} = \rho g L \ell (H + h/2) . \left[\frac{L(H + 2/3 h)}{2H + h}\right]$

Remplaçons P et X par leur valeur :

$$\frac{L}{2}.(\sigma g L.\ell)\left(\frac{\sqrt{L^2 - h^2}}{L}\right) = \rho g L.\ell \left(\frac{2H + h}{2}\right)\frac{\left[L(H + 2/3 h)\right]}{(2H + h)}$$

Simplifions : $g\sigma.L \frac{\sqrt{L^2 - h^2}}{L} = \rho g = \rho.L(H + h.2/3)$

$$\sigma.L\sqrt{1 - (h/L)^2} = \rho.L(H + 2/3 h) \rightarrow \frac{\sigma}{\rho}.\sqrt{1 - (h/L)^2} = H + 2/3 h$$

$\rightarrow \boxed{H = \frac{\sigma}{\rho}\sqrt{1 - (h/L)^2} - 2/3 h} \rightarrow$ porte reste fermé

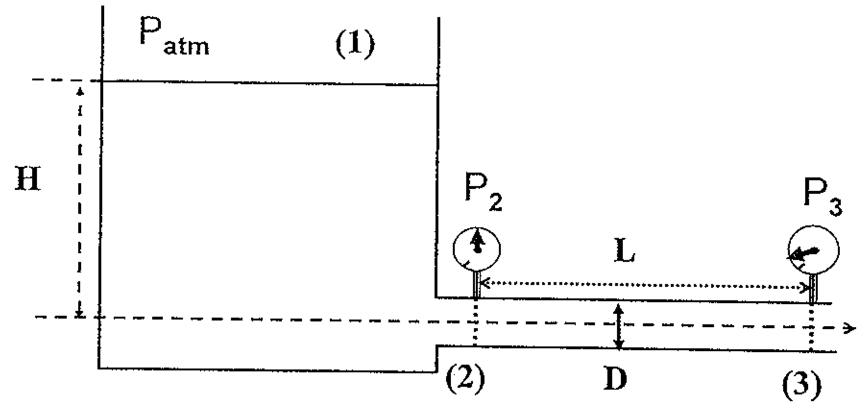
$\rightarrow$ C'est-à-dire pour $H = 2m$

à partir de cette valeur la porte commence à se décrocher.

$\sigma = 3110 \ \frac{Kg}{m^2}$
$h = 1{,}6$ m
$L = 2$ m
$\rho = 1000$

3

Figure – 3 -



1ère partie

a) La différence de pression $\Delta P = P_2 - P_3 = (1{,}12 - 0{,}465).10^5 = 0{,}655.10^5\ Pa$

---

b) $v_0 = ?$

Pour un écoulement d'un fluide réel dans un tube cylindrique horizontal, l'expression de la vitesse des particules est de la forme

$$v = \frac{\Delta P}{4\eta L}(r^2 - x^2)$$

où r : rayon du tube
x : distance par rapport à l'axe du tube

ici calculer v_0 revient à prendre $x = 0$

D'où $\boxed{v_0 = \frac{\Delta P}{4\eta . L}(r^2)}$

$$v_0 = \frac{0{,}655.10^5 . 0{,}075 . 0{,}075}{4 . 0{,}275 . 120} = 2{,}79\ m/s$$

---

c) $q_v = ?$

Loi de Poiseuille $q_v = \frac{\Delta P . \pi r^4}{8 . \eta . L}$

$$q_v = \frac{0{,}655.10^5 . \pi . (0{,}075)^4}{8 . 0{,}275 . 120} = 0{,}0246\ m^3/s$$

---

d) $\bar{v} = ?$

La vitesse moyenne est donnée par $\boxed{q_v = \bar{v} . S}$

D'où $\bar{v} = q_v/S = \frac{0{,}0246}{\pi . 0{,}075 . 0{,}075} = 1{,}4\ m/s$

---

e) $Re = ?$

$$Re = \frac{\rho . \bar{v} . D}{\eta} = \frac{890 . 1{,}4 . 0{,}15}{0{,}275} = 677$$

$\Rightarrow$ Donc $Re < 2000$ $\Rightarrow$ écoulement laminaire

2ème partie

f) $H \overset{?}{=} f(P_0, P_2, V, \rho, g)$

Bernoulli : $\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + gZ = cte$

appliquons Bernoulli entre (1) et (2), on aura :

$$\frac{\bar{v}_1^{\,2}}{2} + \frac{P_1}{\rho} + gZ_1 = \frac{\bar{v}_2^{\,2}}{2} + \frac{P_2'}{\rho} + gZ_2 \quad \text{avec} \begin{cases} \bar{v}_1 \lll \bar{v}_2 \\ Z_1 - Z_2 = H \end{cases}$$

d'où $g.(H) = g(Z_1 - Z_2) = \frac{P_2'}{\rho} - \frac{P_1}{\rho} + \frac{\bar{v}_2^{\,2}}{2} \Rightarrow \boxed{H = \frac{1}{g}\left[\left(\frac{P_2' - P_1}{\rho}\right) + \frac{\bar{v}_2^{\,2}}{2}\right]}$

---

g) Calculer $H = ?$

attention $(P_2' - P_1)$ c'est la différence des pressions absolues, c'est-à-dire $P_{atm} = P_1 = 1.\ 10^5\ Pa$ et $P_2' = P_2 + P_{atm} = (1{,}12 + 1).10^5$

Donc dans le calcul de H, on aura :

$$H = \frac{1}{9{,}81}\left[\frac{(2{,}12 - 1).10^5}{890} + \frac{1{,}4.1{,}4}{2}\right] = \underline{\underline{12{,}9\ m}}$$
