TESTS STATISTIQUES : FORMULAIRE

Test de conformité d'une proportion

Conditions d'application : Un échantillon aléatoire simple de taille suffisamment grande.

Statistique de test : $U = \dfrac{P - \pi_0}{\sqrt{\dfrac{\pi_0 \cdot (1 - \pi_0)}{n}}}$ ~> *N* (0 ; 1)

Condition de rejet de l'hypothèse nulle : $\begin{cases} u \geq z_{1-\alpha} \\ u \leq -z_{1-\alpha} \\ |u| \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}} \end{cases}$

P-value : $\begin{cases} P(U \geq u / \pi = \pi_0) \\ P(|U| \geq |u| / \pi = \pi_0) \end{cases}$

Test d'homogénéité de deux proportions

Conditions d'application : Deux échantillons aléatoires simples, indépendants et de tailles suffisamment grandes.

Statistique de test : $U = \dfrac{(P_1 - P_2)}{\sqrt{P \cdot (1 - P) \cdot \left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2} \right)}}$ ~> *N* (0 ; 1)

Condition de rejet de l'hypothèse nulle : $\begin{cases} u \geq z_{1-\alpha} \\ u \leq -z_{1-\alpha} \\ |u| \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}} \end{cases}$

P-value : $\begin{cases} P(U \geq u / \pi_1 = \pi_2) \\ P(|U| \geq |u| / \pi_1 = \pi_2) \end{cases}$

Test de conformité d'une moyenne

Conditions d'application : Un échantillon aléatoire simple prélevé d'une population normale.

1° Cas où la variance σ^2 est *connue*

Statistique de test : $U = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ ~> *N* (0 ; 1)

Condition de rejet de l'hypothèse nulle : $\begin{cases} u \geq u_{1-\alpha;} \\ u \leq -u_{1-\alpha} \\ |u| \geq u_{1-\frac{\alpha}{2}} \end{cases}$

P-value : $\begin{cases} P(U \geq u / \mu = \mu_0) \\ P(|U| \geq |u| / \mu = \mu_0) \end{cases}$

2° Cas où la variance σ^2 est *inconnue*

Statistique de test : $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}}$ ~> $t\,(n-1)$

Condition de rejet de l'hypothèse nulle : $\begin{cases} t \geq t_{1-\alpha;n-1} \\ t \leq -t_{1-\alpha;n-1} \\ |t| \geq t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1} \end{cases}$

P-value : $\begin{cases} P(T \geq t / \mu = \mu_0) \\ P(|T| \geq |t| / \mu = \mu_0) \end{cases}$

<u>Test d'homogénéité de deux moyennes, *échantillons indépendants*</u>

1° Cas où les variances σ_1^2 et σ_2^2 sont *connues*

Conditions d'application : Deux échantillons aléatoires simples, indépendants et prélevés de deux populations normales.

Statistique de test : $U = \dfrac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ ~> $N\,(0\,;1)$

Condition de rejet de l'hypothèse nulle : $\begin{cases} u \geq u_{1-\alpha;} \\ u \leq -u_{1-\alpha} \\ |u| \geq u_{1-\frac{\alpha}{2}} \end{cases}$

P-value : $\begin{cases} P(U \geq u / \mu_1 = \mu_2) \\ P(|U| \geq |u| / \mu_1 = \mu_2) \end{cases}$

2° Cas où les variances σ_1^2 et σ_2^2 sont in*connues*

Conditions d'application : Deux échantillons aléatoires simples, indépendants et prélevés de deux populations normales dont les variances inconnues sont égales.

Statistique de test : $T = \dfrac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{S_p \cdot \sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$ ~> $t\,(n_1 + n_2 - 2)$ *où* $S_p = \sqrt{\dfrac{(n_1 - 1)\,S_1^2 + (n_2 - 1)\,S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$

Condition de rejet de l'hypothèse nulle : $\begin{cases} t \geq t_{1-\alpha;n_1+n_2-2} \\ t \leq -t_{1-\alpha;n_1+n_2-2} \\ \lvert t \rvert \geq t_{1-\frac{\alpha}{2};n_1+n_2-2} \end{cases}$

P-value : $\begin{cases} P(T \geq t / \mu_1 = \mu_2) \\ P(\lvert T \rvert \geq \lvert t \rvert / \mu_1 = \mu_2) \end{cases}$

Test d'homogénéité de deux moyennes, *échantillons appariés*

Conditions d'application : Deux échantillons aléatoires simples, appariés et prélevés de deux populations normales.

Statistique de test : $T = \dfrac{\overline{D}}{S_D / \sqrt{n}}$ ~> $t\,(n-1)$

Condition de rejet de l'hypothèse nulle : $\begin{cases} t \geq t_{1-\alpha;n-1} \\ t \leq -t_{1-\alpha;n-1} \\ \lvert t \rvert \geq t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1} \end{cases}$

P-value : $\begin{cases} P(T \geq t / \mu_1 = \mu_2) \\ P(\lvert T \rvert \geq \lvert t \rvert / \mu_1 = \mu_2) \end{cases}$

Test de conformité d'une variance

Conditions d'application : Un échantillon aléatoire simple prélevé d'une population normale.

Statistique de test : $X^2 = \dfrac{(n-1) \cdot S^2}{\sigma_0^2}$ ~> $\chi^2(n-1)$

Condition de rejet de l'hypothèse nulle : $\begin{cases} X^2{}_{observée} \geq \chi^2_{1-\alpha;n-1} \\ X^2{}_{observée} \leq \chi^2_{\alpha;n-1} \\ X^2{}_{observée} \geq \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2};n-1} \quad ou \quad X^2{}_{observée} \leq \chi^2_{\frac{\alpha}{2};n-1} \end{cases}$

P-value : A déterminer selon le cas

Test d'homogénéité de deux variances

Conditions d'application : Deux échantillons aléatoires, simples et indépendants prélevés de deux populations normales.

Statistique de test : $F = \dfrac{\max\left(S_1^2\ ;\ S_2^2\right)}{\min\left(S_1^2\ ;\ S_2^2\right)}$ ~> $F\,(n_1^* - 1\,;\,n_2^* - 1)$

Condition de rejet de l'hypothèse nulle :

$$\begin{cases} F_{observée} \geq F_{1-\alpha;(n_1^*-1\ ;\ n_2^*-1)} & (cas\ unilatéral) \\ F_{observée} \geq F_{1-\frac{\alpha}{2};(n_1^*-1\ ;\ n_2^*-1)} \ \ ou \ \ F_{observée} \leq F_{\frac{\alpha}{2};(n_1^*-1\ ;\ n_2^*-1)} & (cas\ bilatéral) \end{cases}$$

P-value : A déterminer selon le cas.

<u>Taille d'échantillon nécessaire pour obtenir une différence Δ donnée</u>

Dans le cas d'un test unilatéral sur une moyenne: $n = \dfrac{\left(u_{1-\alpha} + u_{1-\beta}\right)^2}{\Delta^2} \cdot \sigma^2$ *ou* $n = \dfrac{\left(t_{1-\alpha} + t_{1-\beta}\right)^2}{\Delta^2} \cdot s^2$

Dans le cas d'un test unilatéral sur une proportion : $n = \dfrac{\left(u_{1-\alpha} + u_{1-\beta}\right)^2}{\Delta^2} \cdot p(1-p)$

Dans le cas d'un test bilatéral sur une moyenne: $n = \dfrac{2 \cdot \left(u_{1-\frac{\alpha}{2}} + u_{1-\beta}\right)^2}{\left(\mu_0 - \mu_1\right)^2} \cdot \sigma^2$ ou $n = \dfrac{2 \cdot \left(t_{1-\frac{\alpha}{2}} + t_{1-\beta}\right)^2}{\Delta^2} \cdot s^2$

Dans le cas d'un test bilatéral sur une proportion : $n = \dfrac{2 \cdot \left(u_{1-\frac{\alpha}{2}} + u_{1-\beta}\right)^2}{\Delta^2} \cdot p(1-p)$

<u>Test d'ajustement du Chi-deux</u>

Conditions d'application : Un échantillon aléatoire simple de taille suffisamment grande.

Statistique de test : $X^2 = \sum_{i=1}^{r} \dfrac{(N_i - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i}$ ~> χ^2 à $(r-1)$ degrés de liberté

Condition de rejet de l'hypothèse nulle : $X^2_{observée} \geq \chi^2_{1-\alpha;r-1}$

P-value : $P\left(X^2 \geq X^2_{observée}\right)$

<u>Test d'indépendance du Chi-deux</u> / <u>Test d'homogénéité du Chi-deux</u>

Conditions d'application : Un (Des) échantillon(s) aléatoire(s) simple(s) de taille(s) suffisamment(s) grande(s).

Statistique de test : $X^2 = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{s} \dfrac{\left(N_{ij} - \dfrac{n_{i\bullet} \cdot n_{\bullet j}}{n}\right)^2}{\dfrac{n_{i\bullet} \cdot n_{\bullet j}}{n}}$ ~> χ^2 à $(r-1) \times (s-1)$ degrés de liberté

Condition de rejet de l'hypothèse nulle : $X^2_{observée} \geq \chi^2_{1-\alpha;(r-1)(s-1)}$

P-value : $P\left(X^2 \geq X^2_{observée}\right)$

<u>Test du signe</u>

Conditions d'application : Deux échantillons aléatoires simples, appariés

Statistique de test : R^{+} = nombre de différences positives ou R^{-} = nombre de différences négatives.

Condition de rejet de l'hypothèse nulle :

- ✓ Rejet de H_0 si R ≤ R0 où R_0 est la valeur critique pour un test bilatéral
- ✓ Rejet de H_0 si R^- ≤ R0 où R_0 est la valeur critique pour un test unilatéral
- ✓ Rejet de H_0 si R^+ ≤ R0 où R_0 est la valeur critique pour un test unilatéral

<u>Test des signes et des rangs de Wilcoxon</u>

Conditions d'application : Deux échantillons aléatoires simples, appariés

Statistique de test : T^{+} = somme des rangs des différences positives ou T^{-} = somme des rangs des différences négatives.

Condition de rejet de l'hypothèse nulle :

- ✓ RH_0 si $T \leq T_0$ où T_0 est la valeur critique pour un test bilatéral
- ✓ RH_0 si $T^- \leq T_0$ où T_0 est la valeur critique pour un test unilatéral
- ✓ RH_0 si $T^+ \leq T_0$ où T_0 est la valeur critique pour un test unilatéral

<u>Test U de Mann-Whitney</u>

Conditions d'application : Deux échantillons aléatoires simples, indépendants

Statistique de test : $U_{AB} = n_1 \cdot n_2 + \dfrac{n_1 \cdot (n_1+1)}{2} - W_A$ ou $U_{BA} = n_1 \cdot n_2 + \dfrac{n_2 \cdot (n_2+1)}{2} - W_B$ où W_A *et* W_B sont les sommes des rangs pour les échantillons de *A* et de *B* respectivement.

Condition de rejet de l'hypothèse nulle :

- ✓ RH_0 si $U \leq U_0$ où $P(U \leq U_0) = \alpha/2$ pour une valeur donnée de α
- ✓ RH_0 si $U_{AB} \leq U_0$ où $P(U_{AB} \leq U_0) = \alpha$
- ✓ RH_0 si $U_{BA} \leq U_0$ où $P(U_{BA} \leq U_0) = \alpha$